【No.　31】所得の全てを三つの財の消費に充てる消費者の効用関数が,

$$u = xy + z^2$$

であるとする。ここで，u は効用水準，x は第 1 財の消費量，y は第 2 財の消費量，z は第 3 財の消費量を表す。第 2 財と第 3 財の価格をそれぞれ 8,4，この消費者の所得を 100 とするとき，第 1 財の需要関数として正しいのはどれか。

ただし，p_x は第 1 財の価格である。

1　$x = \dfrac{32}{p_x + 2}$

2　$x = \dfrac{100}{3p_x + 1}$

3　$x = \dfrac{50}{p_x + 1}$

4　$x = \dfrac{100}{2p_x + 1}$

5　$x = \dfrac{50}{p_x}$

正答　4

この消費者の予算制約線は

$p_x x + 8y + 4z = 100$ で示されます。

最適消費点においては，加重限界効用が同じになるので

$$\frac{MU_x}{p_x} = \frac{MU_y}{p_y} = \frac{MU_z}{p_z}$$

より

$$\frac{y}{p_x} = \frac{x}{8} = \frac{2z}{4}$$

よって

$$y = \frac{p_x x}{8}$$

また

$\frac{x}{8}=\frac{2z}{4}$ より

$z=\frac{x}{4}$

y と z を予算制約線に代入すると

$p_x x+8\frac{p_x x}{8}+4\frac{x}{4}=100$

$2p_x x+x=100$

$x=\frac{100}{2p_x+1}$

別解

この消費者の予算制約は

$p_x x+8y+4z\leq 100$

ラグランジェ関数を L, ラグランジェ乗数をλとすると

$L=xy+z^2+\lambda(100-p_x x-8y-4z)$

クーン・タッカー条件より

$\frac{\partial L}{\partial x}=y-p_x\lambda=0\ldots$①

$\frac{\partial L}{\partial y}=x-8\lambda=0\ldots$②

$\frac{\partial L}{\partial z}=2z-4\lambda=0\ldots$③

$\frac{\partial L}{\partial \lambda}=100-p_x x-8y-4z=0\ldots$④

②より

$\lambda=\frac{x}{8}$

③より

$\lambda=\frac{z}{2}$

よって

$$\frac{x}{8}=\frac{z}{2}$$

$$2x=8z$$

$$x=4z$$

$$z=\frac{x}{4}\dots④$$

これを③に代入して

$$2\times\frac{x}{4}-4\lambda=0$$

$$\frac{x}{2}-4\lambda=0$$

$$\lambda=\frac{x}{8}$$

①より

$$y=p_x\lambda$$

よって

$$y=p_x\times\frac{x}{8}=\frac{p_x x}{8}\dots⑤$$

④と⑤を③式に代入すると

$$100-p_x x-8\times\frac{p_x x}{8}-4\times\frac{x}{4}=0$$

$$100-2p_x x-x=0$$

$$x=\frac{100}{2p_x+1}$$

【No.　32】　利潤最大化を行う，ある企業の短期の総費用関数が，

$$C(x)=x^3-6x^2+18x+32$$

で示されるとする。ここでｘ（≧0）は生産量を表す。また，この企業は完全競争市場で生産物を販売しているとする。生産物の市場価格が54のとき，最適な生産量はいくらか。

1　3

2　4

3　5

4　6

5　7

正答　4

この企業の利潤をπとすると

$$\pi = 54x - x^3 + 6x^2 - 18x - 32$$

利潤最大化の一階条件より

$$\frac{d\pi}{dx} = 54 - 3x^2 + 12x - 18 = 0$$

$$x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$(x-6)(x+2) = 0$$

$$x = 6$$

【No.　33】ある財の市場の需要関数と供給曲線がそれぞれ

d＝180－p

s＝0.8p

で示されるとする。ここで，d は需要量，p は価格, s は供給量を表す。政府がこの財に 20%の従価税を賦課したとき，経済厚生の損失の大きさはいくらか。

1　45
2　72
3　90
4　144
5　180

正答　2

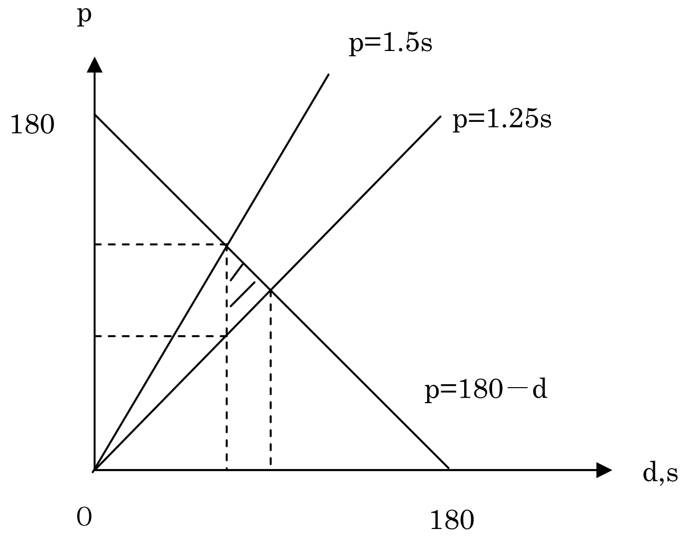
まず，税がかからないときの供給曲線は s＝0.8p より，$p = \frac{s}{0.8} = 1.25s$ となります。

次に 20%の従価税がかかった場合，価格が 1.2 倍になるので

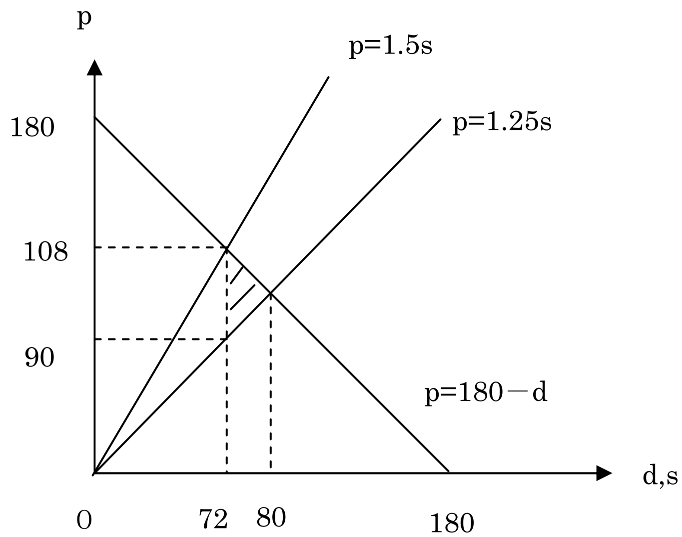
p=1.2×1.25s＝1.5s となります。

また，需要曲線は d＝180－p より, p＝180－d と改められます。

これらを図示すると次のようなグラフになります。



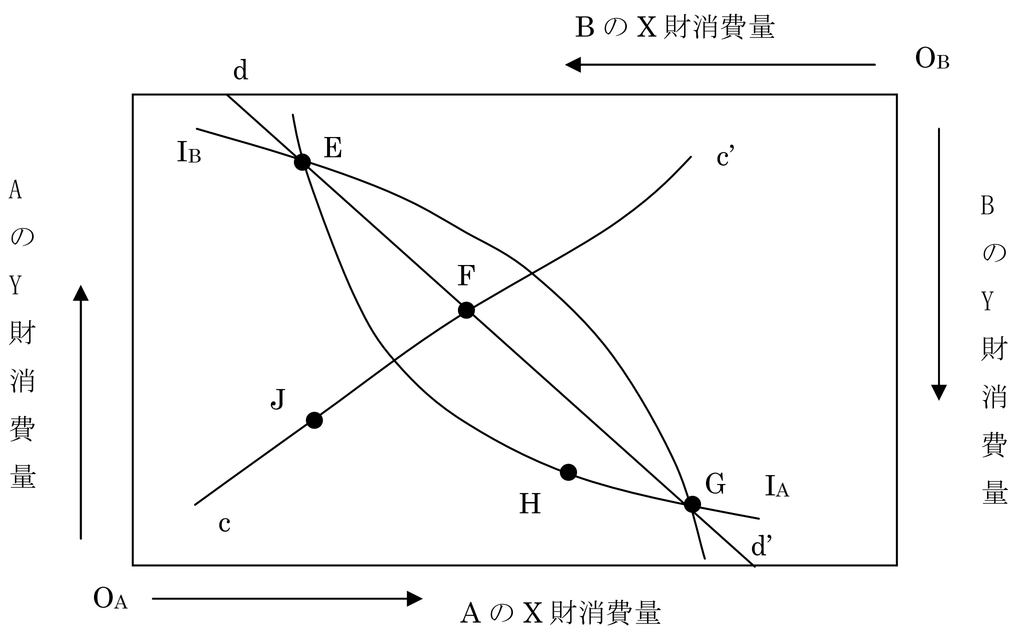
上の図の斜線部分が，厚生の損失ですからその面積を求めます。
面積を求めるのに必要な数値を計算して求めて座標に入れたのが次の図です。この座標は d=s として連立方程式を解くだけで求められますね。



よって，求める斜線部分の面積は
（108－90）×（80－72）÷2＝72

【No.　34】図は２財２消費者の純粋交換経済におけるエッジワースのボックス・ダイアグラムであり，I_Aは消費者Aの無差別曲線，I_Bは消費者Bの無差別曲線，cc'は契約曲線，dd'は予算制約線，点Eは消費者の初期保有点を表す。これに関するア～エの記述のうち，妥当なもののみをすべて挙げているのはどれか。

なお，点E，点F，点Gは予算制約線上の点であり，点Eと点Gは差別曲線I_A，I_Bの交点である。また，点Hは無差別曲線上I_A上の点であり，点Fと点Jは契約曲線上の点である。



ア　点Eの配分から点Hの配分への移行はパレート改善であるが，点Eの配分から点Gの配分への移行はパレート改善ではない。

イ　点Fの配分では，消費者Aと消費者Bの限界代替率が等しく，パレート効率性が実現している。

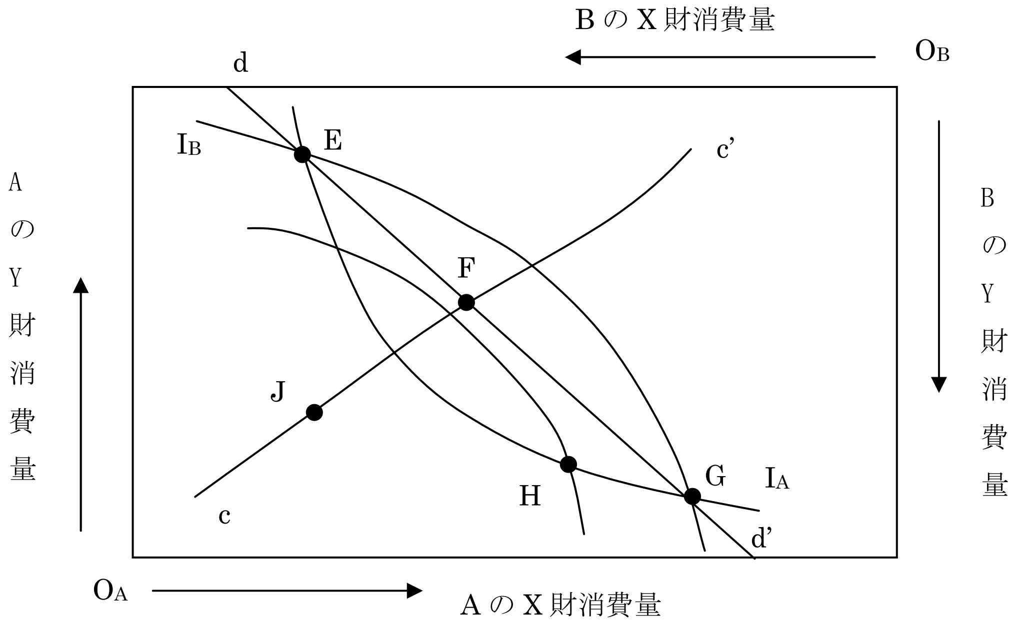
ウ　点Gの配分は市場均衡として実現できるが，パレート効率的な配分ではない。

エ　点Jの配分と比べると，点Eの配分はパレート効率性の基準に照らして望ましい配分である。

1　イ
2　ア，イ
3　ウ，エ
4　ア，イ，ウ
5　ア，ウ，エ

正答　2

ア　正しい。パレート改善であるためには，少なくとも誰かの効用が上がることと誰の効用も下がらないことが必要です。点 E から点 H へ移行すると次のように B の効用が上昇することになります。



この時，消費者 A の効用は不変です。従ってパレート改善です。一方，点 E から点 G に移動しても誰の効用も上がっていませんので，パレート改善ではありません。

イ　正しい。点 F は契約曲線上の点ですからパレート最適です。

ウ　誤り。点 G は契約曲線上にありませんのでパレート最適ではありません。また，パレート最適ではないので市場均衡（競争均衡）ではありません。競争均衡つまり完全競争下の市場均衡はパレート最適だからです。

エ　誤り。点 J も点 F もどちらも，契約曲線上の点でありパレート最適な配分です。したがって，どちらがいいとは言えません。例えば点 J よりも点 F の方が望ましい配分だとするならば点 F に配分を変更した方がいいということになりますが，そのようにすると消費者 B の効用が下がってしまいパレート改善とはならないのです。

【No.　35】今期と来期の 2 期間にわたって消費する，ある個人の効用関数が, c_1を今期の消費額, c_2を来期の消費額とすると, $u=c_1c_2$で示されると仮定する。
個人の今期と来期の所得はそれぞれ 150，100 であり，個人は今期の所得 150 の一部を今期の消費c_1に充てるとともに，その残りを債券に投資することができるものとする。ただし，債券投資から来期に得られる収益は不確実であり，その収益率は$\frac{3}{4}$の確率で 20%（2 割の儲け），$\frac{1}{4}$の確率で 40%（4 割の儲け）になるとする。
この個人が期待効用を最大化するように行動するとき，今期の債券投資額はいくらか。

1　15
2　25
3　35
4　45
5　55

正答　3

まず，今期の債券投資額は 150－c_1となります。
これが，$\frac{3}{4}$の確率で 1.2 倍になり（2 割の儲け），$\frac{1}{4}$の確率で 1.4 倍（4 割の儲け）になります。
よって，来期に使うことの出来るお金c_2は，この債券投資による収益と来期の所得 100 の合計ですから

$$c_2 = \frac{3}{4}\times 1.2(150-c_1)+\frac{1}{4}\times 1.4(150-c_1)+100$$
$$=(150-c_1)\left(\frac{3\times 1.2+1.4}{4}\right)+100$$
$$=\frac{5}{4}(150-c_1)+100$$

これを効用関数に代入して

$$u=c_1\left\{\frac{5}{4}(150-c_1)+100\right\}$$
$$=\frac{750c_1}{4}-\frac{5}{4}c_1^2+100c_1$$

企業は効用uが最大になるようにc_1を決めるはずだから, uをc_1で微分して 0 とおくと

$$\frac{du}{dc_1}=\frac{750}{4}-\frac{5}{2}c_1+100=0$$

両辺に４をかけると

$750-10c_1+400=0$

$10c_1=1150$

$c_1=115$

これが今期の消費額です。

今期の所得は 150 ですから 150－115＝35 が債券購入額となります。