2019　国家一般職　ミクロ経済学

島本　昌和

【No.31】効用を最大化する、ある消費者を考える。この消費者は、所得の全てをＸ財とＹ財の購入に充てており、効用関数が以下のように示される。

$u = xy$　（$x \geqq 0$、$y \geqq 0$）　（u：効用水準、x：Ｘ財の消費量、y：Ｙ財の消費量）

この消費者の所得は 120 であり、当初、Ｘ財の価格は 3、Ｙ財の価格は 15 であったとする。

いま、Ｙ財の価格は 15 で変わらず、Ｘ財の価格のみが 3 から 12 に上昇したとすると、価格の変化前の効用水準を実現するのに必要な最小の所得はいくらか。

1　200
2　240
3　280
4　320
5　360

正答 2

まず、当初の効用水準を求めましょう。最適消費点は、効用関数がコブ=ダグラス型であることより公式を用いて計算できます。

この消費者はＸ財とＹ財に同じ額を支出します。つまり 60 ずつです。Ｘ財、Ｙ財の価格がそれぞれ 3、15 であることより

$X = 60 \div 3 = 20$

$Y = 60 \div 15 = 4$　が消費量となります。

このときの効用は効用関数に代入して

$u = 20 \times 4 = 80$

つぎに、Ｘ財の価格が上昇した時の所得をＩとします。

このときのＸ財と、Ｙ財への支出額は$\frac{I}{2}$ずつです。したがって、Ｘ財と、Ｙ財の消費量は

$X = \frac{I}{2} \div 12 = \frac{I}{24}$

$Y = \frac{I}{2} \div 15 = \frac{I}{30}$

このときの効用は、効用関数に代入して$u=\frac{I}{24}\times\frac{I}{30}=\frac{I^2}{720}$

これが、当初の効用と同じであればよいので

80=$\frac{I^2}{720}$

$I^2=80\times720$
$I^2=2^4\times5\times3^2\times2^4\times5$
I＝240

【No.32】効用を最大化する、ある個人の効用関数が以下のように示される。
u＝x（24－L）

u：効用水準、x：X 財の消費量、L:労働時間（単位：時間、0＜L＜24）
この個人は、労働を供給して得た賃金所得と非労働所得の全てを X 財の購入に充てるものとし、1 日（24 時間）を労働時間か余暇時間のいずれかに充てるものとする。
X 財の価格を 2、非労働所得を 60 とするとき、この個人の労働供給関数として妥当なのはどれか。
ただし、w（w＞0）は時間当たり賃金である。

1　$L=\frac{24w}{w+4}$
2　$L=\frac{24w}{w+6}$
3　$L=10-\frac{30}{w}$
4　$L=12-\frac{30}{w}$
5　$L=12-\frac{60}{w}$

正答　4
この個人の労働所得は wL と示されます。
したがって、所得の合計は、労働所得に非労働所得 60 を加えて
wL+60　となります。これを X 財の価格 2 で割ると、この個人の X 財の消費量 x が求まります。

x＝$\frac{wL+60}{2}$

これを、効用関数に代入して

u＝$\frac{wL+60}{2}\times(24-L)$

この個人は効用を最大にするように L を決めるはずなので u を L で微分して 0 とおくと

島本　昌和

$\frac{du}{dL}=\frac{w}{2}(24-L)-\frac{wL+60}{2}$＝0

両辺に 2 を掛けて

24w－wL－wL－60＝0

2wL＝24w－60

L=12－$\frac{30}{w}$

【No.33】ある企業は X 財を価格 100 の下で生産しており、その企業の費用関数は以下のように示される。

C(x)＝2 x^2　　　　C（x）：総費用、x：X 財の生産量

また、この企業は X 財を 1 単位生産するごとに、社会に環境被害として 60 だけの損害額を生じさせるものとする。

このとき、社会の総余剰を最大にする生産量 x_1 と、企業の利潤を最大にする生産量 x_2 の組合せ（x_1、x_2）として妥当なのはどれか。

1　（x_1、x_2）＝（8、20）

2　（x_1、x_2）＝（8、25）

3　（x_1、x_2）＝（10、20）

4　（x_1、x_2）＝（10、25）

5　（x_1、x_2）＝（12、20）

正答 4

この企業の私的限界費用 PMC は、費用関数を微分すれば求められます。

よって

PMC=4ｘ

このとき価格つまり限界収入 MR＝100 であるので、利潤最大化条件より

100＝4ｘ

ｘ＝25

これが企業の利潤を最大にする生産量です。

社会的総費用 SC は私的総費用に、外部性を加えたものであるので

SC＝2 x^2+60x

これを微分すれば、社会的限界費用 SMC が求まります。

島本　昌和

SMC＝4x+60
SMC 線上で生産量を決定すると社会の総余剰は最大となるので
100＝4 x +60
x ＝10
したがって、4 が正解です。

【No.34】X 財を生産する企業 1 と Y 財を生産する企業 2 の間には外部性が存在し、企業 1 の生産活動が企業 2 に外部不経済を与えているとする。二つの企業の費用関数がそれぞれ以下のように示される。

$c_1 = x^2$
$c_2 = y^2 + xy$

c_1：企業 1 の総費用、x：企業 1 の X 財生産量
c_2：企業 2 の総費用、y：企業 2 の Y 財生産量

いま、X 財と Y 財の市場価格はそれぞれ 40 と 50 であり、一定であるものとする。このとき、合理的で利潤を最大化する二企業間で外部不経済に関して交渉が行われないときの二企業の利潤の合計の大きさと、二企業間で外部不経済に関して交渉が行われ、二企業の利潤の合計を最大化するときの二企業の利潤の合計の大きさの差はいくらか。
　ただし、交渉が行われる場合において、交渉のための取引費用は一切かからないものとする。

1　75
2　90
3　105
4　120
5　135

正答 1
まず、それぞれの企業が交渉をしない場合です。
企業 1 の限界費用は MC_1=2x、
限界収入は 40 であることより
2x＝40
x＝20
このときの利潤は 40×20－20^2＝400

島本　昌和

企業２の限界費用はMC_2＝2y+x
限界収入は 50、x＝20 であることより
50＝2y+20
y＝15
このときの利潤は　50×15－15²－20×15＝750－225－300＝225
よって、両企業の利潤の合計は 400+225＝625

両企業合計の利潤を最大にするように行動する場合、両企業の利潤の合計をπとすると
$\pi = 40x - x^2 + 50y - y^2 - xy$
とおけます。
企業１はπが最大になるように x を決定するので

$$\frac{\partial \pi}{\partial x} = 40 - 2x - y = 0$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial y} = 50 - 2y - x = 0$$

この二つの式を連立させて
x＝10
y＝20
このときの利潤は利潤関数に代入して
$\pi = 40 \times 10 - 10^2 + 50 \times 20 - 20^2 - 10 \times 20 = 700$
よって差は 700－625＝75

【No.35】ある個人の効用関数を$U = 2\sqrt{w}$　（U：効用水準、w：所得）とする。この個人が農業を営む場合、豊作の時は所得が 400、不作のときには所得が 100 となる。また、豊作になる確率と不作になる確率はそれぞれ 60％、40％である。
一方、この個人が隣町にある企業で働くと、農業からの所得はゼロになるが、企業から固定給である所得 M をもらえるようになる。
　この個人は、M が最低限いくらよりも大きければ、農業を営むのではなく、企業で働くことを選択するか。
ただし、この個人は期待効用が最大になるように行動するものとする。

1　140
2　225
3　256
4　280

島本　昌和

5　324

正答 3

この個人の期待効用 Ue は

Ue＝$0.6 \times 2\sqrt{400} + 0.4 \times 2\sqrt{100} = 24 + 8 = 32$

この個人が確実に 32 の効用を得るためには

32＝$2\sqrt{w}$　を満たす所得ｗが得られれば良い

したがって

$\sqrt{w} = 16$

w＝256

M が 256 よりも大きければ、固定給を得る方が効用が高くなるので、この個人は企業で働くことを選択する。